

Termodynamika 2



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

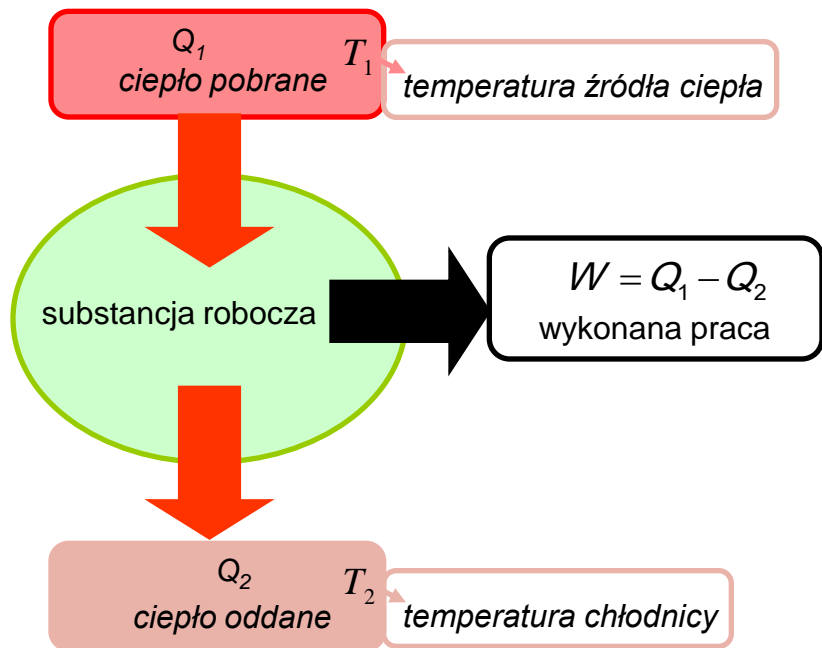
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



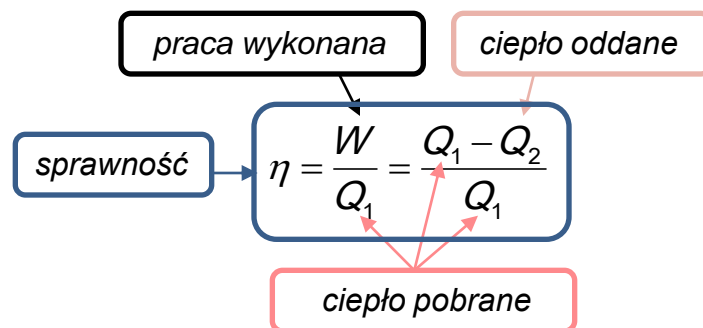
Silnik cieplny

W silnikach (maszynach) cieplnych ciepło zamieniane jest na pracę. Elementami silnika są: źródło ciepła (grzejnik) o temperaturze T_1 , chłodnica o temperaturze T_2 i substancja robocza.

II zasada termodynamiki: ciepło pobrane z grzejnika nie może być w całości zamienione na pracę. Część ciepła musi zostać oddana chłodnicy.



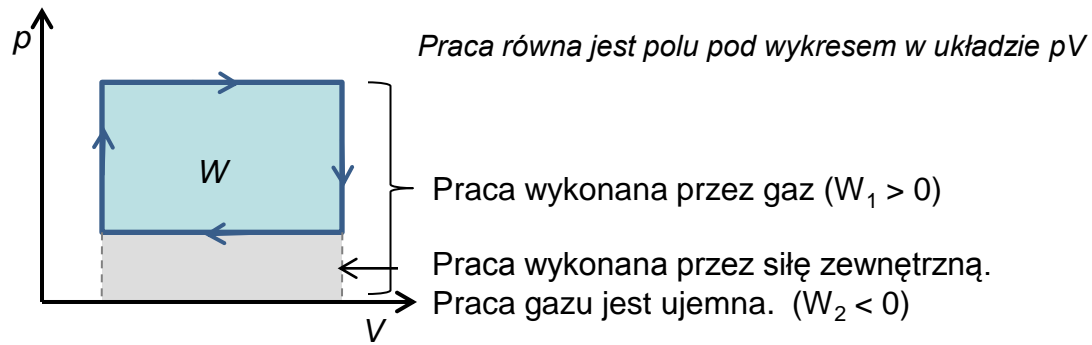
Pracę silnika charakteryzuje sprawność (wydajność). Sprawność silnika określa, jaka część energii pobranej na sposób ciepła może być przekazana innemu układowi na sposób pracy.



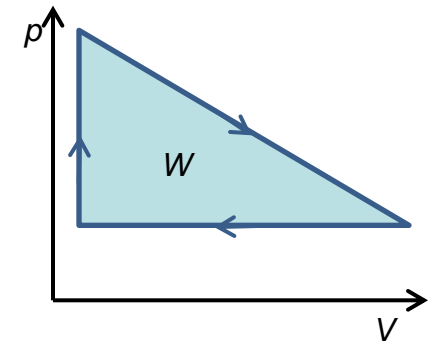
Cykl przemian termodynamicznych

Jeśli po kilku przemianach gaz ma takie parametry, jak w stanie początkowym, mówimy, że powstał cykl przemian termodynamicznych.

Przykłady cykli termodynamicznych



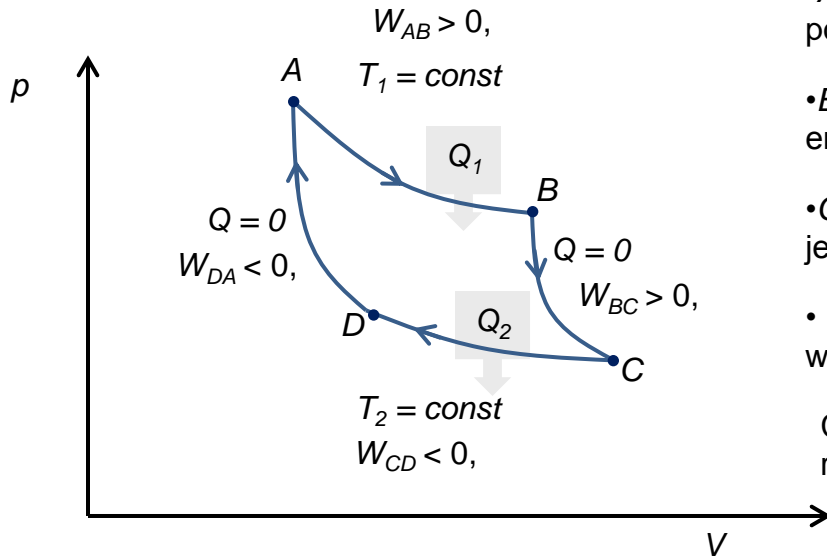
$$W = W_1 + W_2 = W_1 - W_{2z}$$



Całkowita praca wykonana przez gaz równa jest polu powierzchni zawartej wewnątrz wykresu w układzie pV

Cykl Carnota

Cykl Carnota składa się z dwóch izoterm i dwóch adiabat.



- **AB** – rozprężanie izotermiczne. Gaz wykonuje pracę kosztem ciepła Q_1 pobranego z grzejnika o temperaturze T_1 .
- **BC** – rozprężanie adiabatyczne. Gaz wykonuje pracę kosztem swojej energii wewnętrznej, temperatura obniża się do wartości T_2 .
- **CD** – sprężanie izotermiczne. Siła zewnętrzna wykonuje pracę, ciepło Q_2 jest oddawane do chłodnicy o temperaturze T_2 .
- **DA** – sprężanie adiabatyczne. Siła zewnętrzna wykonuje pracę, energia wewnętrzna zwiększa się, temperatura wzrasta do wartości T_1 .

Całkowita praca wykonana przez gaz $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ równa jest polu wewnątrz wykresu.

Sprawność η silnika Carnota (idealnego)

praca wykonana

ciepło oddane

temperatura chłodnicy

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

temperatura grzejnika

ciepło pobrane

Wartość $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ jest maksymalną sprawnością silnika dowolnego typu, który pracuje między temperaturami T_1 i T_2

Przykłady

Zadanie 1

Wyprowadź wzór na sprawność silnika Carnota $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Rozwiązanie:

Z definicji sprawności silnika:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

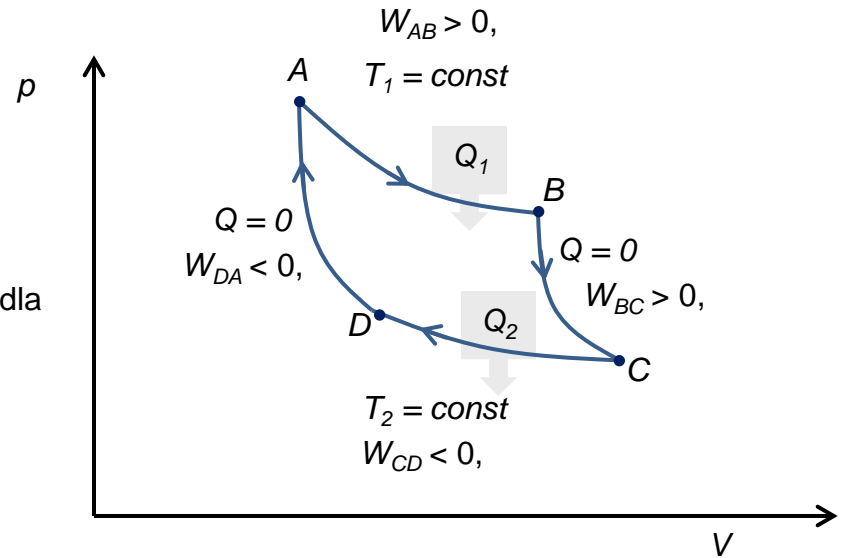
Q_1 to ciepło pobrane w przemianie izotermicznej AB , Q_2 to ciepło oddane w przemianie izotermicznej CD . Z I zasady termodynamiki dla przemiany izotermicznej mamy:

$$Q_1 = W_{AB} = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$$

$$Q_2 = W_{CD} = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \left(\frac{V_C}{V_D} \right)$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} - T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}}$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} - T_2 \ln \frac{V_B}{V_A}}{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$



Korzystamy z równań dla przemian adiabatycznych BC i DA : $VT^{\kappa+1} = const$

$$V_B T_1^{\kappa-1} = V_C T_2^{\kappa-1}$$

$$V_A T_1^{\kappa-1} = V_D T_2^{\kappa-1}$$

równania dzielimy stronami

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

wstawiamy

Przykłady

Zadanie 2

Sprawność idealnego silnika cieplnego wynosi 25%, temperatura chłodnicy 27°C. Oblicz temperaturę źródła ciepła.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{4} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4} \quad T_1 = 400K$$

Zadanie 3

Silnik wykonał pracę $W = 20$ kJ, a do chłodnicy oddane zostało ciepło $Q = 80$ kJ. Oblicz sprawność silnika.

Mamy $W = Q_1 - Q$ dlatego,

$$\eta = \frac{W}{W + Q} = \frac{1}{5} \quad \eta = 20\%$$

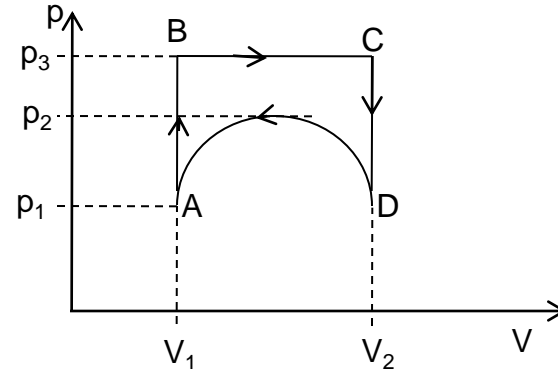
Przykłady

Zadanie 4

Na wykresie został przedstawiony zamknięty cykl termodynamiczny. Oblicz jaką pracę wykonał gaz w tym cyklu.

W czasie przemiany AB oraz CD praca nie jest wykonywana. Praca jest wykonywana w czasie przemian BC oraz DA.

W czasie przemiany BC gaz wykonuje pracę, a podczas przemiany DA praca jest wykonywana nad gazem przez siłę zewnętrzną.



$$W = W_{BC} - W_{DA}$$

$$W_{BC} = p_3(V_2 - V_1)$$

W_{DA} (pole pod wykresem) składa się z pola prostokąta oraz z pola półkola.

Promień półkola: $r = p_2 - p_1$ ale także $r = \frac{V_2 - V_1}{2}$, pole półkola $P = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{4}$

$$W_{DA} = p_1(V_2 - V_1) + \frac{\pi(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{4}$$

Praca wykonana przez gaz w tym cyklu to:

$$W = (p_3 - p_1)(V_2 - V_1) - \frac{\pi(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{4}$$

Przykłady

Zadanie 5

Jaka jest sprawność silnika o cyklu przedstawionym na wykresie? W przemianach uczestniczy 1 mol gazu.

Rozwiązanie:

Ciepło przekazywane jest do układu w czasie przemian AB oraz BC, a w kolejnych przemianach ciepło jest odbierane przez chłodziwą.

Sprawność silnika wyraża się wzorem:

$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{W}{Q_V + Q_p}$$

Pracę obliczamy jako pole pod wykresem:

$$W = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

Ciepło w przemianie izochorycznej AB jest równe zmianie energii wewnętrznej:

$$Q_V = nc_V(T_B - T_A)$$

Ciepło w przemianie izobarycznej BC jest równe zmianie energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez układ:

$$Q_p = nc_V(T_C - T_B) + p_2(V_2 - V_1)$$

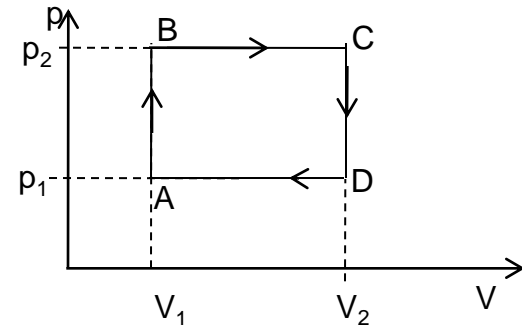
Temperaturę obliczamy z równania stanu gazu:

$$T_A = \frac{p_1 V_1}{nR} \quad T_B = \frac{p_2 V_1}{nR} \quad T_C = \frac{p_2 V_2}{nR} \quad n = 1$$

Wstawiamy do wzoru na Q:

$$Q = c_V \left(\frac{p_2 V_1}{R} - \frac{p_1 V_1}{R} \right) + c_V \left(\frac{p_2 V_2}{R} - \frac{p_2 V_1}{R} \right) + p_2 (V_2 - V_1) = \frac{c_V}{R} \left[V_1 (p_2 - p_1) + p_2 (V_2 - V_1) \left(1 + \frac{R}{c_V} \right) \right]$$

$$\eta = \frac{R(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{c_V \left[V_1 (p_2 - p_1) + p_2 (V_2 - V_1) \left(1 + \frac{R}{c_V} \right) \right]}$$



Przykłady

Zadanie 6

Mol powietrza został izochorycznie oziębiony, na skutek czego jego energia wewnętrzna zmniejszyła się o ΔU . Następnie rozprężając się izobarycznie wykonał pracę W . Znane są parametry początkowe stanu gazu: p_1 i T_1 . Oblicz p_2 , T_2 , V_1 i V_3 .

Zmiana energii wewnętrznej:

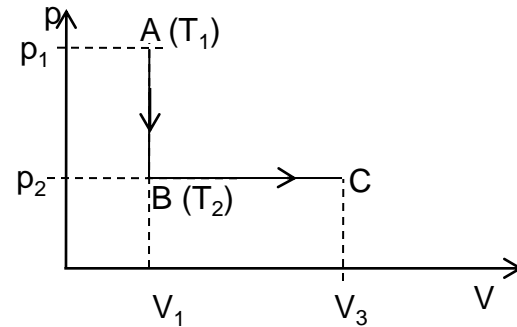
$$\Delta U = c_v(T_1 - T_2) \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{\Delta U}{c_v}$$

Z równania stanu gazu:

$$V_1 = \frac{RT_1}{p_1}$$
$$p_2 = \frac{RT_2}{V_1} = \frac{p_1 \left(T_1 - \frac{\Delta U}{c_v} \right)}{T_1}$$

Praca w przemianie izobarycznej:

$$W = p_2(V_3 - V_1) \Rightarrow V_3 = V_1 + \frac{WT_1}{p_1 \left(T_1 - \frac{\Delta U}{c_v} \right)}$$



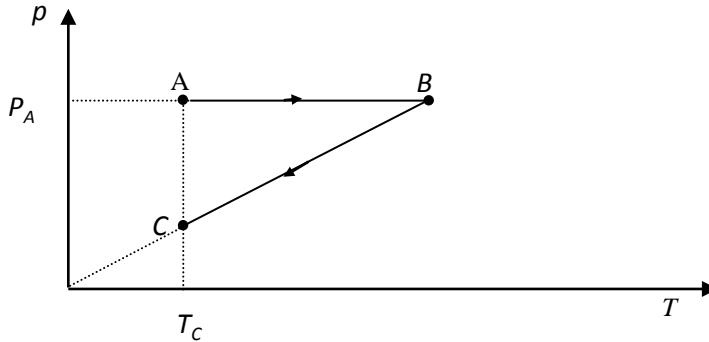
Przykłady

Zadanie 7

Gaz doskonały został poddany przemianom AB i BC przedstawionym na rysunku. Objętość gazu zmieniła się o $\Delta V = 0,2 \text{ m}^3$.

Dane jest ciśnienie gazu w stanie A : $p_A = 30 \text{ kPa}$. Obliczyć:

- zmianę energii wewnętrznej ΔU w przemianie ABC ,
- pracę W wykonaną przez gaz w przemianie ABC ,
- Wykazać, że zmiana energii wewnętrznej ΔU jest równa sumie pracy wykonanej nad gazem i ciepła dostarczonego.



Rozwiązanie:

W przemianie BC ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, więc jest to przemiana izochoryczna ($W_{BC} = 0$).

Z wykresu wynika, że $T_C = T_A$

$$\text{a) } \Delta U_{ABC} = n c_V (T_C - T_A) = 0$$

$$\text{b) Praca wykonana przez gaz: } W_{ABC} = W_{AB} = p_A \cdot \Delta V = 600 \text{ J}$$

$$\text{c) Praca wykonana przez siłę zewnętrzną: } W_z = -p_A \cdot \Delta V$$

$$\text{Ciepło pobrane przez gaz: } Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = n c_p (T_B - T_A) + n c_V (T_C - T_A) = n (c_p - c_V) (T_B - T_A) = n R (T_B - T_A)$$

$$\text{Dla przemiany } AB: \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} = \frac{V_A + \Delta V}{T_B}$$

$$\text{Z równania stanu gazu w stanie } A: V_A = \frac{n R T_A}{p_A}$$

$$T_B = \frac{n R T_A + p_A \Delta V}{n R}$$

$$Q_{ABC} = n R \frac{n R T_A + p_A \Delta V}{n R} - n R T_A = p_A \Delta V$$

$$Q_{ABC} + W_z = 0$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania.

1. Opona zawiera powietrze o ciśnieniu p w temperaturze t . O ile wzrośnie ciśnienie powietrza w oponie, przy stałej objętości, jeśli jego temperatura wzrośnie o Δt ?

Odp. Ciśnienie wzrośnie o $\Delta p = \frac{p\Delta t}{t+273}$

2. Ile powietrza z atmosfery należy wpompować do zbiornika o pojemności 2 m^3 aby, bez zmiany temperatury, osiągnąć ciśnienie dziesięciokrotnie większe od atmosferycznego?

Odp. Trzeba wpompować powietrze o objętości 20 m^3

3. Ogrzano gaz w balonie, przy stałym ciśnieniu, od temperatury $t_1 = 7^\circ\text{C}$ do temperatury $t_2 = 107^\circ\text{C}$. Oblicz objętość końcową gazu, jeśli objętość początkowa wynosiła 28 m^3 .

Odp. Objętość końcowa gazu wynosiła 37 m^3

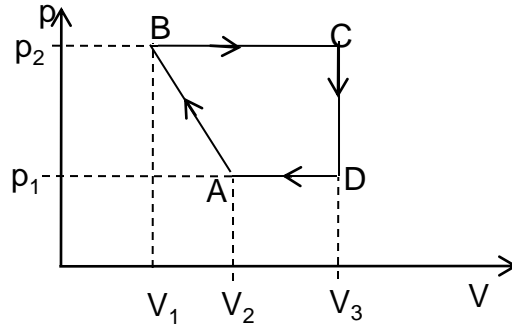
4. Sprawność idealnego silnika cieplnego wynosi 20%, temperatura źródła ciepła 127°C . Oblicz temperaturę chłodnicy.

Odp. Temperatura chłodnicy wynosi 320 K , czyli 47°C

5. Silnik pobrał ciepło $Q_1 = 2000 \text{ J}$, a do chłodnicy odprowadzono ciepło $Q_2 = 1800 \text{ J}$. Jaka praca została wykonana?

Odp. Praca wynosi 200 J

6. Na wykresie został przedstawiony zamknięty cykl termodynamiczny. Oblicz jaką pracę wykonał gaz w tym cyklu.



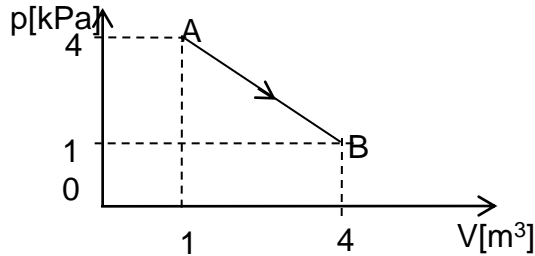
$$\text{Odp.: } W = (p_2 - p_1) \left[(V_3 - V_1) - \frac{1}{2}(V_2 - V_1) \right]$$

7. Silnik ciepny pobiera 3 razy więcej ciepła niż oddaje do chłodnicy. Oblicz sprawność tego silnika.

$$\text{Odp.: } \eta = \frac{2}{3}$$

8. Gaz doskonały uległ przemianę przedstawioną na wykresie. O ile zmieniła się jego temperatura?

$$\text{Odp.: } \Delta T = 0$$



9. Ile ciepła jest dostarczane oraz odbierane z idealnego silnika, który wykonuje pracę W , jeśli temperatura grzejnika wynosi T_1 a temperatura chłodnicy T_2 ?

$$\text{Odp.: } Q_1 = \frac{T_1 W}{T_1 - T_2} \quad Q_2 = \frac{T_1 W}{T_1 - T_2} - W$$

10. Jakie jest ciepło pobrane oraz jaką pracę wykonuje silnik Carnota o sprawności η , jeśli w każdym cyklu oddaje do chłodnicy ciepło Q_2 .

$$\text{Odp.: } Q_1 = \frac{Q_2}{1 - \eta} \quad W = \frac{\eta Q_2}{1 - \eta}$$